

Do wykorzystania na lekcjach:
matematyki, geografii, historii.

JAZDA Z FIGURAMI PO WARSZAWIE

Marek Ostrowski, Anna Wetoszka

Ogólne cele lekcji

- kształtowanie umiejętności analizy planu i zdjęcia lotniczego na przykładzie Warszawy;
- kształtowanie umiejętności obserwacji obiektów i elementów krajobrazu widocznych na zdjęciach i planie Warszawy;
- rozwijanie umiejętności wnioskowania, analizy i syntezy;
- weryfikacja wiedzy podręcznikowej z rzeczywistością;
- kształtowanie umiejętności prognozowania.

Środki dydaktyczne

- plan Warszawy;
- ortofotomapa Warszawy;
- wybrane zdjęcia lotnicze z *Tryptyku Warszawskiego*;
- tablice i wykresy (źródło: Urząd Statystyczny w Warszawie; Wydział Analiz, Rozpowszechniania i Promocji Urzędu Statystycznego w Warszawie).

WIDZĘ (WPROWADZAM DO PAMIĘCI)

Przypomnienie znanych pojęć

Płaszczyzna – miejsce geometryczne punktów przestrzeni jednakowo oddległych od wybranych dwóch punktów. Przykłady płaszczyzny: podłoga, ściana, karta mapy, plan miasta, powierzchnia wody, tafla szyby.

Figura geometryczna – dowolny zbiór punktów na płaszczyźnie.

Figura płaska – figura geometryczna na płaszczyźnie.

Bryła – figura geometryczna w przestrzeni trójwymiarowej.

Podaję i szkicuję przykłady znanych mi figur geometrycznych, np. linia prosta, okrąg, koło, wielokąt.

ANALIZUJĘ (STARAM SIĘ ZROZUMIEĆ)

Wprowadzenie nowych pojęć

Figura wypukła – to taka figura, której każdy odcinek, którego końce należą do figury, również zawiera się w niej.

Podaję przykłady figur wypukłych: wypukłe są np. wszystkie koła, trójkąty (a z form przestrzennych np. kule). Figurą wypukłą są też niektóre wielokąty, np. kwadrat, romb.

Przedstawiam definicję figury płaskiej wypukłej w formie graficznej.

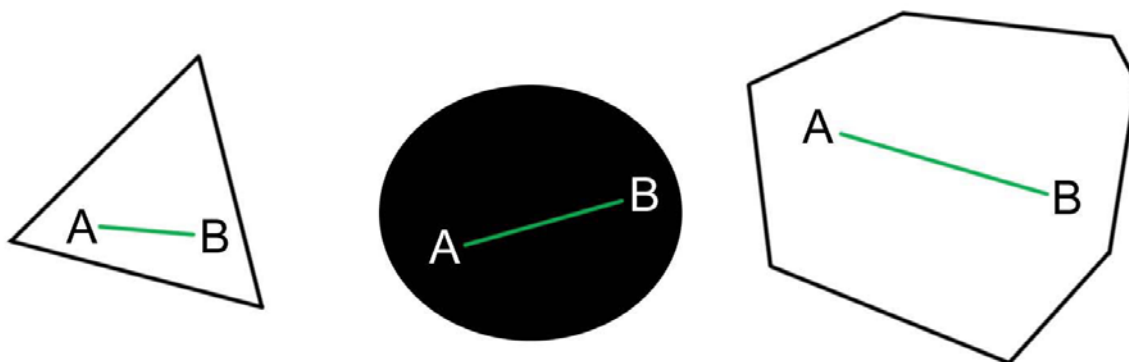


Figura wklęsła to figura geometryczna, która nie jest wypukła, a w której odcinek łączący dwa punkty znajdujące się wewnątrz figury przebiega poza jej granicami.

Podaję przykłady figur wklęsłych.

Przedstawiam definicję figury płaskiej wklęsłej w formie graficznej.

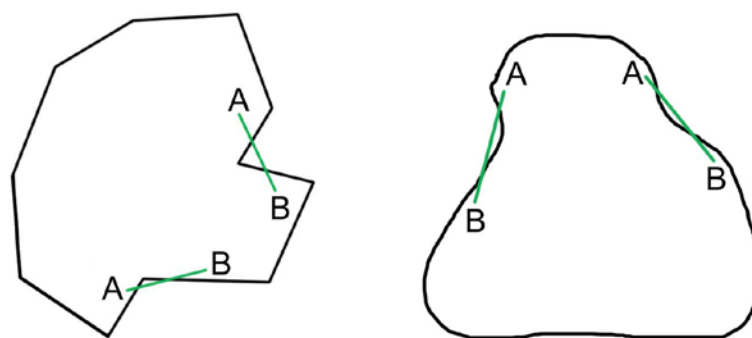


Figura ograniczona (zbiór ograniczony) to figura płaska, dla której istnieje koło zawierające w sobie tę figurę (przykłady: odcinek, kwadrat, koło). Figurę płaską, która nie zawiera się w żadnym kole, nazywamy nieograniczoną (przykłady: prosta, kąt).

Określam, czy utworzona na fotomapie w czasie zajęć figura jest zbiorem otwartym, czy zamkniętym.

Sprawdzam i udowadniam, czy powstała figura jest ograniczona.

Pojęcia brzegu i wnętrza figury

Punkt brzegowy figury istnieje wtedy, gdy w każdym kole o środku w tym punkcie znajdują się zarówno punkty figury, jak i punkty do niej nienależące.

Punkt wewnętrzny figury istnieje wtedy, gdy mamy do czynienia z kołem o środku w tym punkcie, zawartym w tej figurze.

Brzegiem figury nazywamy zbiór wszystkich punktów brzegowych tej figury.

Wnętrzem figury nazywamy zbiór wszystkich wewnętrznych punktów tej figury.

Wskazuję punkty brzegowe i wewnętrzne oraz brzeg i wnętrze figury. Wskazuję wierzchołki figury i opisuję ich własności.

Wprowadzenie pojęcia grafów

Graf, w uproszczeniu, to zbiór wierzchołków połączonych krawędziami w taki sposób, że każda krawędź kończy się i zaczyna w którymś z wierzchołków. Wierzchołki mogą mieć swoją reprezentację w rzeczywistości (np. lokalizacja bram i baszt Starego Miasta, miejsca zamieszkania). Krawędzie obrazują związki między obiektami.

W teorii grafów krawędzie mogą posiadać wagę, to znaczy przypisaną liczbę, która określa jakąś wartość (cechę), np. odległość między wierzchołkami, siłę związków zależną od tego, ile razy osoba zamieszkująca w danym wierzchołku kontaktuje się z osobami zamieszkałymi w innych wierzchołkach.

DZIAŁAM

WYKREŚLANIE FIGUR PŁASKICH W PRZESTRZENI MIASTA

Zadanie 1

Figura geometryczna opisująca Stare Miasto

Jako podstawę wykorzystuję zdjęcie pionowe historycznego rejonu Starego Miasta (*Spojrzenie Warsa*, s. 51) lub fotoplan Warszawy.

► historia

Z lekcji historii znam genezę lokacji i założeń prawno-przestrzennych Starego Miasta, powstania murów obronnych, baszt, furt i bram. Potrafię je wskazać, nazwać, przedstawić ich historię i rolę w funkcjonowaniu Starego Miasta.

„W przypadku Warszawy u podstaw planowania przestrzennego miasta przyjęte zostały założenia wyrażone w prawie chełmińskim. „Każda ulica przeze którą wozy tam i siam jadą niechaj będzie na 10 stóp szeroka, żeby wozy mogły się dobrze mijać i jeden drugiemu ustąpić. Każdy przed swymi drzwiami niechaj ma drogę wybrukowaną wszere na 7 stóp...” i nikt nie miał prawa występować poza granice działki. Osnowę miasta stanowiły ulice o regularnym prostoliniowym przebiegu: trzy ukierunkowane południkowo oraz dwie, przecinające je, usytuowane równoleżnikowo. W obrębie miasta wydzielono dwa place: w centrum powstał rynek główny pełniący rolę rzymskiego *forum* (greckiej agory), a z boku plac targowy – *mercata*. Poszczególne kwartały podzielono na parcele, w których wytyczono miejsca pod zabudowę mieszkalną i gospodarczą.

Układ ulic staromiejskich Warszawy odzwierciedlał i utrwalił w swojej strukturze urbanistycznej po dzień dzisiejszy przebieg głównego traktu handlowego od Czerska do Zakroczymia. Szlak ten, biegnący równolegle do krawędzi skarpy, tworzył podstawową oś miasta. Prowadząc ciągiem ulic: Świętojańską-Nowomiejską, przechodził bezpośrednio przez rynek staromiejski. Co charakterystyczne, rolę głównej ulicy podkreślały usytuowane na jego przebiegu, obie główne bramy miasta: Brama Krakowska (Czerska, Mieszczan) od południa i Brama Nowomiejska (Łaziebną) od północy. Drugi znaczący trakt handlowy na Sochaczew ukształtował przebieg ul. Długiej.

Po wytyczeniu siatki ulic i placów wzdłuż ich boków wytyczano działki, których wielkość (powierzchnia) były pewnym powtarzalnym modulem, co symbolicznie podkreślało równość mieszkańców przyszłego miasta.” (Królikowski L., Ostrowski M., *Rozwój przestrzenny Warszawy*. Mazowieckie Centrum Kultury i Sztuki, 2009).



Spojrzenie Warszawa, s. 51

1. Brama Krakowska (Czerska)
2. Brama Poboczna (furta Nowa)
3. Baszta Prochowa
4. Brama Nowomiejska z barbakanem
5. Wieża obronna Krakowska (Okragła)
6. Brama Biała (Rybacka, Wiślana)
7. Brama Gnojna

Z lekcji historii znam genezę murów obronnych, baszt, furt i bram. Potrafię je wskazać, nazwać, przedstawić ich historię i rolę w funkcjonowaniu Starego Miasta.

Gromadzę dokumentację dotyczącą fortyfikacji staromiejskich.

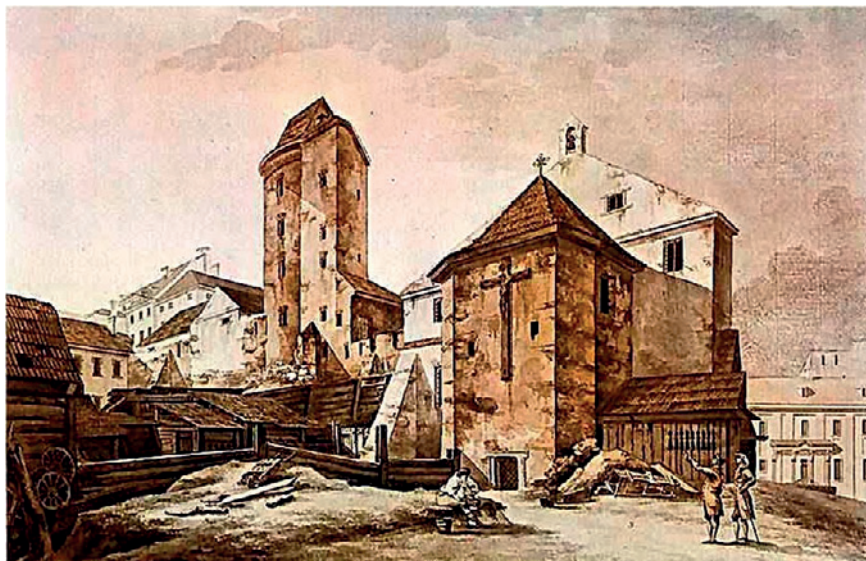
Praca w bibliotece lub w Internecie

Zbieram wiadomości tekstowe oraz ikonograficzne.

Przykład notatki tekstowej sporządzonej jako dopowiedzenie do ilustracji z następnej strony:

U zbiegu ulic Krzywe Koło i Brzozowej strażnicza wieża Okragła od 1627 roku zwana Marszałkowską. Ta najwyższa wieża w systemie obronnym Starego Miasta stanowiła część najstarszej partii murów wzniesionych przed 1379 rokiem. Rozebrano ją po 1808 roku. Obok, w narożniku ulic Brzozowej i Mostowej, widoczne są: budynek szpitala św. Łazarza (założonego w 1591 roku) i kaplica, których mury powstały w miejsce drewnianych w początkach XVII wieku.

Do zebranych materiałów dołączam własne zdjęcia wykonane podczas pracy terenowej.



Wieża Marszałkowska i szpital św. Łazarza w XVIII w. Autor: Zygmunt Vogel.



Wieża Poboczna w XVIII w. Autor: Zygmunt Vogel

Praca w terenie.

Obchodzę Stare Miasto trasą wzdłuż murów obronnych. Odnajduję w przejściu budynku dawnej Bramy Pobocznej, znajdujący się na ścianie, szkic murów obronnych Starego Miasta. Wykonuję z różnych perspektyw zdjęcia poszczególnych obiektów fortecznych i charakterystycznych dla nich detali architektury militarnej. Dokumentuję stan murów obronnych.

► matematyka

Na satelitarnej fotomapie obrysowuję obszar Starego Miasta łącząc wybrane obiekty liniami prostymi – powstaje wielokątny, charakterystyczny dla tej przestrzeni, obrys Starego Miasta. Nazywam powstałą figurą, obliczam jej obwód i powierzchnię. Powstała figura to jeden z elementów tożsamości tego obszaru wyróżniający go z otoczenia. Czy na terenie Warszawy znajduje się inne osiedle o podobnym obrysie?

Obrysowuję obszary starówek Krakowa, Lublina, Gdańska, Torunia, Brzegu, Sandomierza, Wrocławia i innego wybranego miasta. Porównuję z założeniem przestrzennym Starego Miasta w Warszawie. Czy sylwetki starówek innych miast są podobne warszawskiej?

Niezależnie mogą wyróżnić w obrębie Starego Miasta i obrysować inne dowolne przestrzenie wewnętrzne np. rynek staromiejski, Zamek Królewski, plac zamkowy, kwartał zabudowy, plac targowy-ulicę Szeroki Dunaj etc., które tworzą kolejne figury w obrębie Starego Miasta układając się w zbiory i podzbiory: które z figur są zamknięte, a które otwarte?

Zadanie 1



- Na zdjęciu (fotomapie) wydzielałam obszar Starego Miasta, łącząc liniami prostymi wybrane bramy i baszty. Uzyskuję wielokątny, charakterystyczny obrys starówki. Potrafię każdą z bram i baszt nazwać, opisać jej historię i rolę, którą pełniła w systemie fortyfikacji miejskich.
- Potrafię obliczyć długości poszczególnych odcinków, całkowitą długość obwodu całej figury, pole powierzchni zarówno figury powstałej z obrysu Starego Miasta, jak i każdej z figur wewnętrznych.
- Potrafię opisać i określić własności matematyczne powstałej figury geometrycznej.
- Potrafię powiązać obiekty historyczne (baszty, bramy etc.) z elementami geometrycznymi (wierzchołkami) powstałej figury.

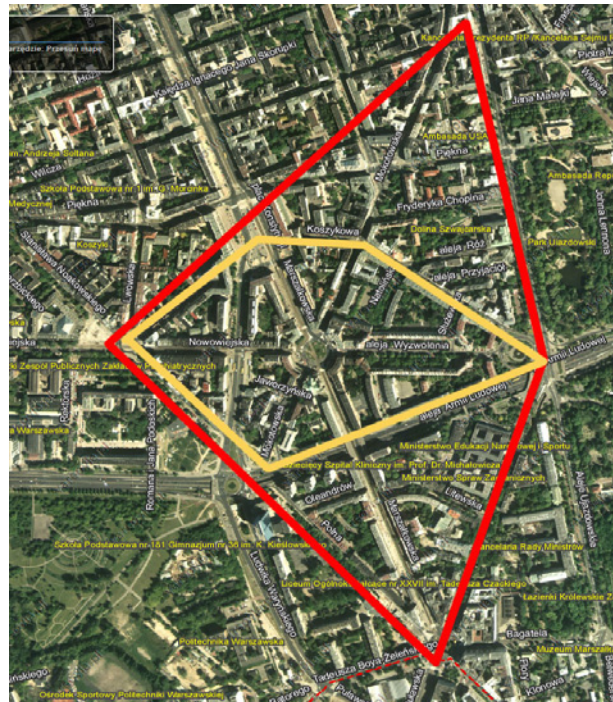
Zadanie 2

Figura geometryczna opisująca Gwiazdozbiór Stanisławowski

► historia ► matematyka

Jako podstawę wykorzystuję zdjęcie obrazujące układ osi Stanisławowskiej (*Spojrzenie Warsa*, s. 85) lub fotoplan Warszawy.

- Zapoznaje się z historią powstania założenia urbanistycznego, analogicznie jak w analizie przestrzeni historycznej Starego Miasta. Potrafię wskazać i nazwać poszczególne place i ulice, przedstawić ich historię i rolę w funkcjonowaniu osi Stanisławowskiej.
- Łączę wybrane skrajne obiekty (place) liniami prostymi (w tym przypadku wzdłuż istniejących ulic), tworząc wielokątny, charakterystyczny dla tej przestrzeni, obrys centralnej części założenia urbanistycznego.
- Potrafię opisać i określić własności matematyczne powstałej figury geometrycznej.
- Potrafię powiązać obiekty historyczne (place, przebieg osi i położone na niej obiekty, łącznie z Zamkiem Ujazdowskim) z elementami geometrycznymi powstałej figury.



Zadanie 3

► historia ► matematyka

Znajduję w *Tryptyku Warszawskim (Spojrzenie Warsa, s. 105-107)* dwa zdjęcia z widocznymi fortami. Obrysowuję obszary fortów w wyniku czego powstają figury. Każdą opisuję w kategoriach własności matematycznych. Przypominam sobie historię Twierdzy Warszawa i jej umocnień. Na podstawie schematu (*Spojrzenie Warsa, s. 103*) po kształcie konturów (obrysów) rozpoznaję forty, nazywam je. Na www.varsovia.pl (Tematyczne Panoramy Warszawy, Twierdza Warszawa) zapoznaję się z historią rozpoznanych fortów. Każdy obrys ma nie tylko cechy matematyczne (figura wklęsła, wypukła itd.), ale jednocześnie cechy charakterystyczne obiektu militarnego. Zastanawiam się, jakie są to cechy i czy można je opisać, tworząc ogólny zapis matematyczny (ewentualnie szkic) fortu.

Zdjęcie rozpoznanego fortu Chrzanów w *Spojrzeniu Warsa* zostało wykonane w perspektywie ukośnej. Obrys granic fortu wykonany na podstawie tego zdjęcia porównuję z obrysem tego samego fortu dokonany na ortofotomapie i doprowadzam do tej samej skali. Tworzę tabelkę, w której zapisuję cechy obu figur, zarówno jakościowe (typ figury), jak i ilościowe (np. powierzchnia, długość odcinków, wartości kątów). Czym różnią się obie figury i jakie cechy matematyczne ulegają zmianie w ujęciu perspektywicznym?

Zadanie 4

Dzielnice miasta jako zbiór figur geometrycznych

► geografia ► matematyka

Na fotomapie odnajduję granice swojej dzielnicy/całego miasta. Obrysowuję je tworząc w ten sposób figurę. Figurę tę przenoszę na neutralne tło kartki papieru (ekranu monitora) i na podstawie zapisanych wcześniej definicji staram się określić, czy jest to figura płaska czy wklęsła. Udowadniam postawioną tezę. Jest to rozwiązanie matematyczne.

Kolejny etap to porównanie wykreślonej figury odwzorowującej granice dzielnicy/całego miasta z realnym światem. O tym, czy figura jest formą, wklęsłą czy wypukłą, matematycznie decyduje to, czy cały odcinek między dwoma punktami położonymi w polu figury również znajduje się w jej przestrzeni. A jak wygląda rozwiązanie tego zadania w rzeczywistości? Czy zawsze między dwoma obiektami, położonymi na terenie dzielnicy, mogę w terenie przemieścić się po linii prostej nie wychodząc poza obrys? Czy różni się droga prosta od drogi najkrótszej? Czy potrafię znaleźć przykład, gdy figura jest wypukła, ale w praktyce szlak (droga, linia tramwajowa) pozwalający, przemieścić się między wybranymi obiektami, przebiega fragmentarycznie poza granicami? W tym przypadku linię geometryczną zastępuje się pojęciem drogi funkcjonalnej, należącej do innej klasy pojęć – jest to istotny element przenoszenia abstrakcyjnych pojęć teoretycznych (idei) w świat rzeczywistości. Staram się znaleźć takie przykłady dróg, linii tramwajowych lub kolejowych, które łączą dwa obiekty położone na terenie dzielnicy, ale od jednego obiektu do drugiego przebiegają poza granicami dzielnic.

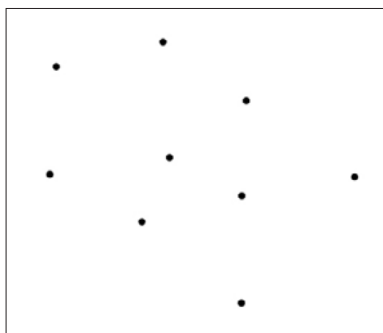
Zadanie 5

Wykreślanie figur przedstawiających układy społeczne w relacjach przestrzennych

► geografia ► matematyka

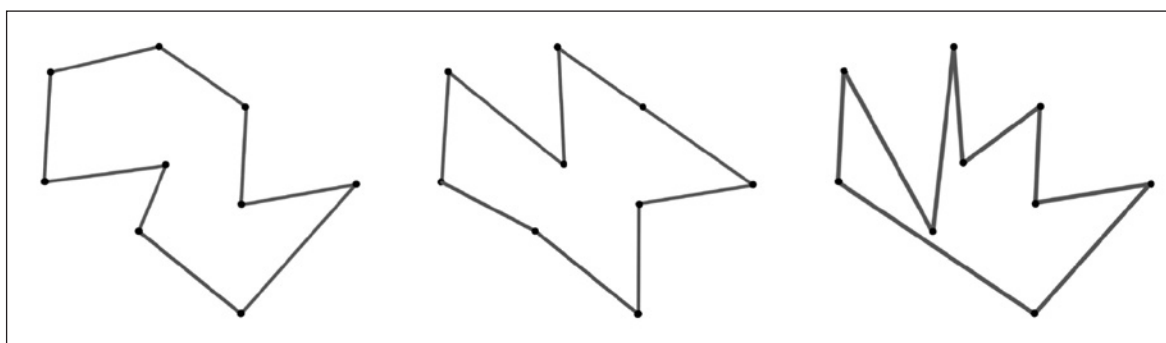
Zaznaczam na fotoplane miejsca zamieszkania uczniów mojej klasy. Zaznaczone punkty łączę ze sobą w ten sposób, aby linie nie przecinały się. Powstaje figura geometryczna, w której wierzchołkami są miejsca zamieszkania poszczególnych uczniów. Ile jest rozwiązań?

Przykładowe rozmieszczenie miejsc zamieszkania:



Traktując miejsca zamieszkania jako wierzchołki potencjalnej figury, robię jej obrys. Okazuje się, że możliwości jest wiele i kształt figury jest zależny od poprowadzenia połączeń.

Jednym z kryteriów wyznaczania połączeń między punktami może być czynnik ważenia (siły wiązania) oddający relacje socjalne (np. przyjaźnie między uczniami lub wzajemne niechęci, częstotliwość kontaktów itp.).



Zwracam uwagę na rysunek środkowy, w którym jeden z wierzchołków znajduje się na linii łączącej dwa sąsiednie. Zastanawiam się, czy wierzchołek może być w środku odcinka (czy punkt na jednej linii z innymi jest wierzchołkiem figury)? Uzasadniam, że w rzeczywistości są to dwa odcinki układające się w jednej linii. Figura jest płaszczyzną ograniczoną przez łamaną zwyczajną, a z definicji łamanej zwyczajnej wynika, że dwa odcinki mające wspólny koniec nie mogą leżeć na jednej linii prostej. Chociaż linie proste poprowadzono przez tyle samo punktów (potencjalnych wierzchołków) wykreślono figury różniące się nie tylko kształtem, ale również liczbą boków (środkowy rysunek jest ośmiobokiem, pozostałe to dziewięcioboki).

Opisuję swoimi słowami figurę geometryczną, powstałą na fotopłanie z prostoliniowego połączenia miejsc zamieszkania, wypisuję na tablicy wszystkie dostrzeżone cechy i ewentualne skojarzenia. Na przykład: duża, mała, nierówna, nieregularna, symetryczna (czy można wyznaczyć oś symetrii?), poszarpana, wieloboczna (podaję, ile ma boków), z czym się kojarzy (przypomina gwiazdę, konika morskiego, koronę itd.).

Określam, czy wyznaczona na planie miasta figura, powstała z punktów określających miejsca zamieszkania, jest wypukła czy wklęsła.

Zastanawiam się, które punkty (ile) musiałbym usunąć, aby zamienić figurę wklęsłą w wypukłą.

Zadanie 6**Porównanie teoretycznych własności figury matematycznej w odniesieniu do rzeczywistości****► geografia ► matematyka**

Zwracam uwagę, jak przebiegają wykreślone odcinki figury matematycznej, powstałej z połączenia miejsc zamieszkania, w odniesieniu do realnej przestrzeni i jakie są przypisane im własności (cechy). Czy granice figury pokrywają się z rzeczywistymi i możliwymi do pokonania drogami w terenie? Zwracam uwagę na różnice w pokonywaniu tych odcinków bezpośrednio po ziemi i w powietrzu, np. śmigłowcem – wiem, który z tych dwóch sposobów poruszania się jest bliższy wykreślonej figurze. Oba sposoby poruszania się w przestrzeni (na ziemi i w powietrzu) rysuję na fotoplaniu.

Należy wymagać, aby zadanie nie było wykonywane bezmyślnie i stereotypowo, a podczas rysowania prostej linii trasy przelotu zostały zapisane założenia jej wyboru (zwracam uwagę na to, że śmigłowiec też nie zawsze może lecieć po linii prostej, jeżeli przecina się ona z korytarzem powietrznym dla samolotów, z położonymi w dole obszarami zamkniętymi dla ruchu w powietrzu, np. zakładami chemicznymi itp.).

W konsekwencji wyznaczam na planie miasta realną trasę, która umożliwi po kolei dotarcie do wybranych wierzchołków figury.

Podsumowanie strategii wyboru:

- Na co zwracam uwagę w wyborze trasy?
- Co uznaję za istotne?
- Czego unikam?



Mogę pracować indywidualnie bądź dobrać się w pary. Opisuję drogę ze swojego domu do domu koleżanki lub kolegi.

Zadanie domowe

Zadanie domowe polega na ocenie matematycznych właściwości tras odwiedzin.

Staram się wymienić matematyczne właściwości najlepszej trasy, np. wykonuję tabelę odległości – krawędzi figury. Można wpisać też inne wartości (droga pokonywana pieszo, rowerem lub tramwajem), uwzględnić różnice terenu (pod górkę lubi z górki). Wartości te wyrażam stosownie do mojego poziomu wiedzy. W szkole podstawowej można wyrażać je grubością linii lub kolorem.

Analizuję figurę, jej wierzchołki i krawędzie, korzystając z pomocy poniższego diagramu.



Anna Wetoszka

Studentka Szkoły Głównej Handlowej
Praca wykonana w ramach zajęć z Varsavianistyki
e-mail: aniawet@interia.pl

Marek Ostrowski

Uniwersytet Warszawski
samper@samper.pl